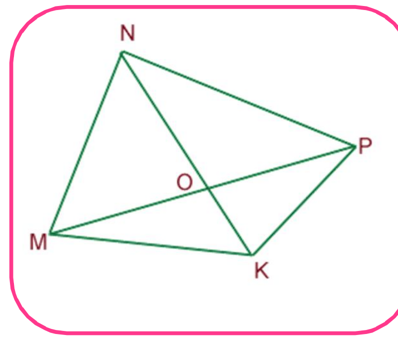
IV - DÖRDBUCAQLILAR

DƏRS - 1) DÖRDBUCAQLI . DÖRDBUCAQLININ ƏSAS ELEMENTLƏRİ . PARALELOQÜRAM VƏ ONUN NÖVLƏRİ

1) DÖRDBUCAQLI HAQQINDA ÜMUMİ MƏLUMAT.

TƏRİF : Müstəvi üzərində götürülmüş üçü bir düz xətt üzərində olmayan dörd nöqtədən və bu nöqtələri ardıcıl birləşdirən dörd parçadan ibarət olan müstəvi fiqura dördbucaqlı deyilir .



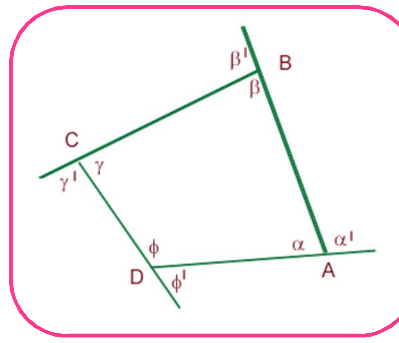
TƏRİF : Dördbucaqlının hər hansı bir tərəfini öz üzərində saxlayan düz xətt onun digər tərəflərini kəsmirsə , bu dördbucaqlı qabarıq dördbucaqlı adlanır .

Hər bir dördbucaqlının 4 tərəfi , 4 təpə nöqtəsi və 4 bucağı var .

TƏ RİF : 1) Dördbucaqlının eyni təpə nöqtəsindən çıxan tərəflərinə qonşu tərəflər , qonşu olmayan tərəflərinə isə qarşı tərəflər deyilir .

2) Dördbucaqlının eyni bir tərəfi üzərində olan təpə nöqtələrinə qonşu təpə nöqtələri , qonşu olmayan təpə nöqtələrinə isə qarşı təpə nöqtələri deyilir .

3) Dördbucaqlının qarşı təpə nöqtələrini birləşdirən parçaya dördbucaqlının diaqonalı deyilir .



Məsələn : MP və NK parçaları MNPK dördbucaqlısının diaqonallarıdır .

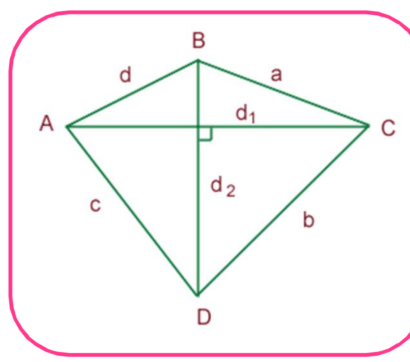
Dördbucaqlının hər hansı bir diaqonalı onu iki üçbucağa ayırır .

XASSƏ : 1) Dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi . 360 ° - yə bərabərdir .

$\alpha + \beta + \gamma + \varphi = 360°$ (1)

XASSƏ : 2) Dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi 360 ° - yə bərabərdir .

$\alpha^{I} + \beta^{I} + \gamma^{I} + \varphi^{I} = 360°$ (2)



XASSƏ : 3) Dördbucaqlının diaqonalları perpendikulyar isə yəni

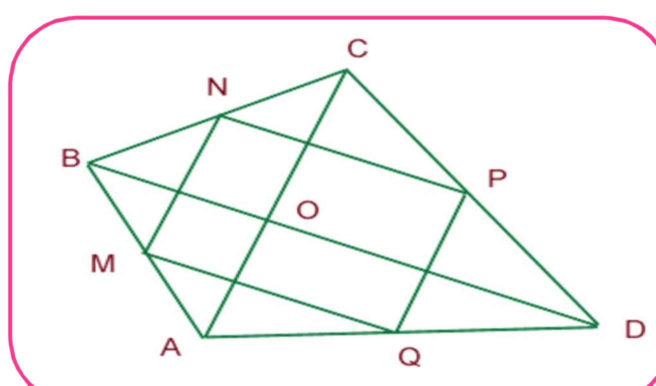
AC = d_1 ; BD = d_2 və $d_1 \perp d_2$ isə , onda

$AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$

və ya $d^2 + b^2 = a^2 + c^2$

XASSƏ : 4) Qabarıq dördbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirdikdə paraleloqram alınır . Bu paraleloqramin perimetri

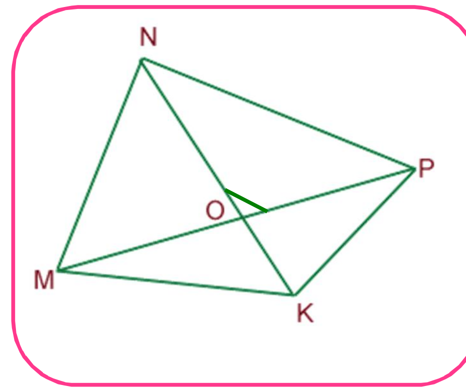
P_{MNPQ} = AC + BD



XASSƏ : 5) Qabarıq dördbucaqlının tərəfləri və diaqonalları arasında əlaqə .

$d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 4m^2$

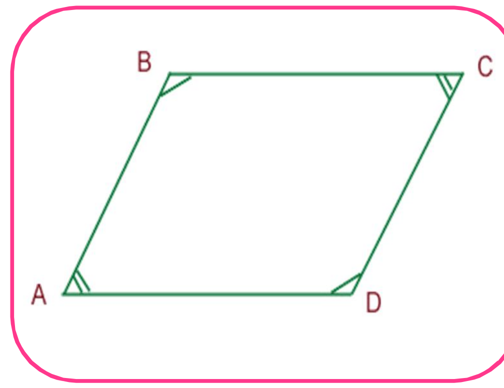
Burada m dördbucaqlının diaqonallarının orta nöqtələri arasındakı məsafədir .



2) PARALELOQRAM VƏ ONUN XASSƏLƏRİ

TƏRİF : Qarşı tərəfləri paralel olan , yəni paralel düz xətlər üzərində yerləşən dördbucaqlıya paralaleloqram deyilir :

AB || CD və AD || BC



XASSƏ : 1) Paraleloqramın qarşı tərəfləri və qarşı bucaqları bərabərdir .

A) AB = CD və AD = BC ;

B) ∠ A = ∠ C və ∠ B = ∠ D

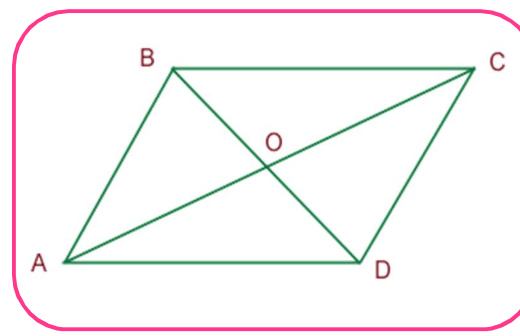
Paraleloqramin perimetri

P_{ABCD} **= 2 (AB + AD) -------------------- (1)**

düsturu ilə hesablanır .

XASSƏ : 2) Paraleloqramın diaqonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür : AO = OC ; BO = OD

TƏRİF : Paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsinə onunn simmetriya mərkəzi deyilir .



PARALELOQRAMIN ƏLAMƏTLƏRİ .

ƏLAMƏT – 1) Dördbucaqlının diaqonalları kəsişərsə və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünərsə , bu dördbucaqlı paraleloqramdır .

ƏLAMƏT – 2) İki qarşı tərəfi bərabər və paralel olan dördbucaqlı paraleloqramdır .

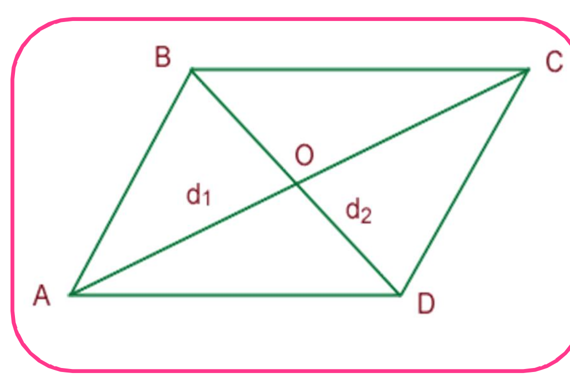
ƏLAMƏT – 3) Qarşı tərəfləri cüt – cüt bərabər olan dördbucaqlı paraleloqramdır .

T EOREM : Paraleloqramın diaqonallarının kvadratları cəmi bütün tərəflərin kvadratları cəminə bərabərdir .

$AC^2 + BD^2 = 2\left(AB^2 + AD^2\right)$ **------------ (2)**

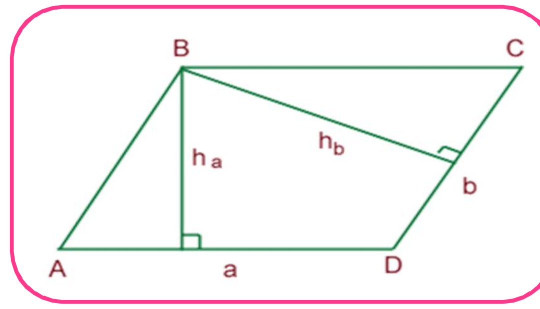
XASSƏ : 3) Paraleloqramin diaqonalı onu iki bərabər üçbucağa bölür .

△ ADC = △ ABC və ya △ ABD = △ CBD



XASSƏ : 4) Paraleloqramin iki hündürlüyü var və bu hündürlüklərlə onların çəkildiyi tərəflər arasında aşağıdakı münasibət doğrudur .

$a \cdot h_a = b \cdot h_b$ ------------------------ (3)

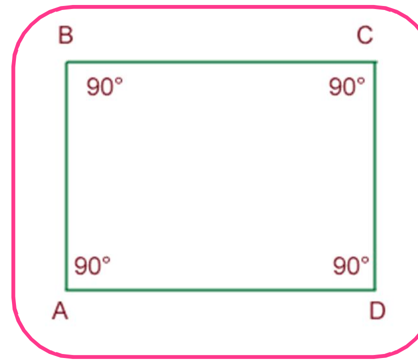


3) DÜZBUCAQLI VƏ ONUN XASSƏLƏRİ

TƏRİF : Qonşu tərəfləri perpendikulyar olan , yəni bütün bucaqları düz bucaq olan paraleloqrama düzbucaqlı deyilir .

$AB \perp BC$; $BC \perp CD$; $CD \perp AD$; $AD \perp AB$ və ya

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$;



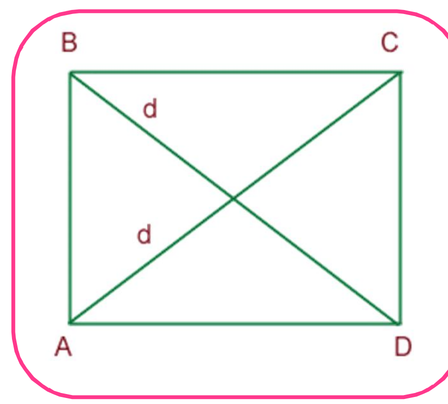
QEYD : Düzbucaqlı paraleloqramın xüsusi halı olduğu üçün paraleloqramın bütün xassələri düzbucaqlı üçün də doğrudur . Düzbucaqlının özünəməxsus xassələri

XASSƏ : 1) Düzbücaqlının diaqonalları bərabərdir .

$AC = BD$

XASSƏ : 2) Düzbucaqlının tərəfləri a , b diaqonalı d olarsa , onda

$d^2 = a^2 + b^2$ ----------------- (4)

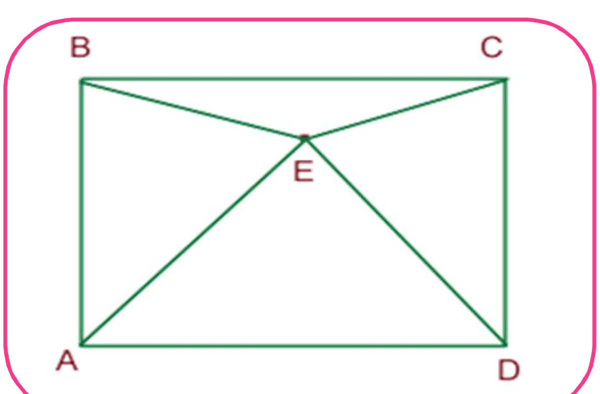


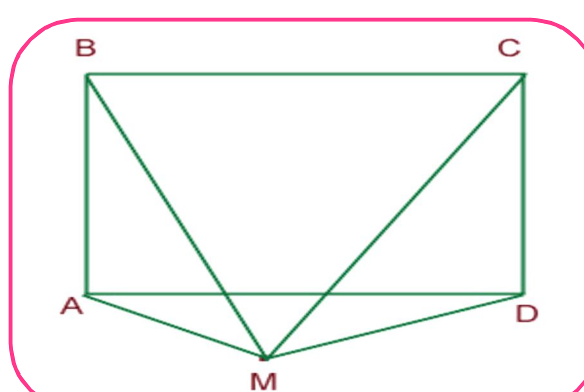
XASSƏ : 3) E - nöqtəsi düzbucaqlının daxilində ixtiyari nöqtə olarsa , onda

$BE^2 + ED^2 = AE^2 + EC^2$ --------------- (5)

XASSƏ : 4) M – nöqtəsi düzbucaqlının xaricində ixtiyari nöqtə isə , onda

$BM^2 + MD^2 = AM^2 + MC^2$ ---------------- (6)

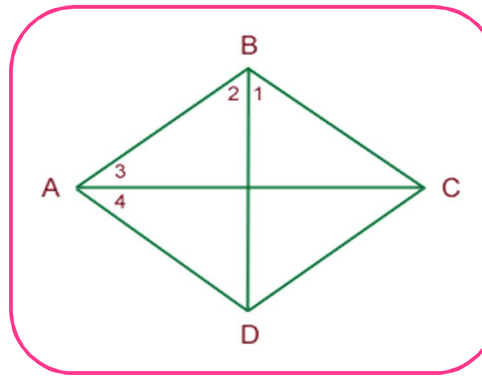




4) ROMB . KVADRAT VƏ ONLARIN ƏSAS XASSƏLƏRİ .

TƏRİF : Bütün tərəfləri bərabər olan paraleloqrama romb deyilir .

$AB = BC = CD = AD$



XASSƏ : 1) Rombun diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır .

$AC \perp BD$

XASSƏ : 2) Rombun diaqonalları onun təpə bucağının tənbölənidir

$\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$

XASSƏ : 3) Rombun hündürlükləri bərabərdir : $BM = BN = h$

XASSƏ : 4) $AC = d_1$ və $BD = d_2$ olarsa ,

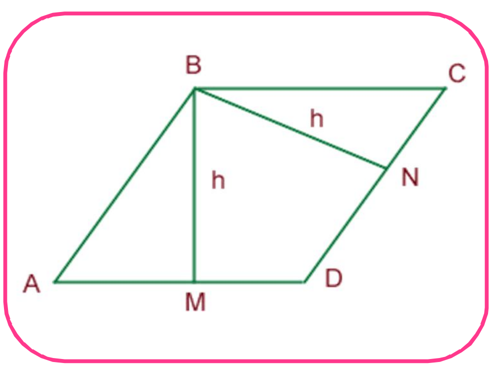
$h = \frac{d_1 \cdot d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}$ --------------- (7) :

$d_1 = 2 \sin \left(\frac{\angle B}{2} \right)$ --------------- (8)

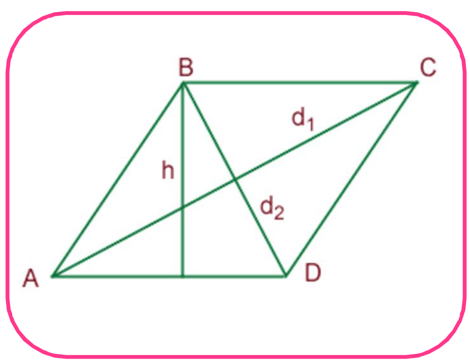
$d_2 = 2 \sin \left(\frac{\angle A}{2} \right)$ ----------- (8 - 1)

XASSƏ : 5) Rombun daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi onun diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi üzərinə düşür . Bu şevrənin radiusu isə hündürlüyün yarısına bərabərdir :

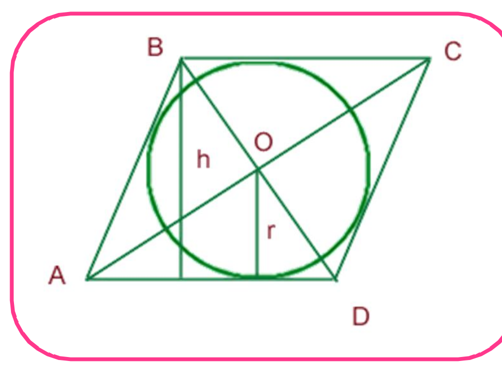
$r = \frac{h}{2} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2 * \sqrt{d_1^2 + d_2^2}}$ --------------- (9)



xassə - 3



xassə - 4

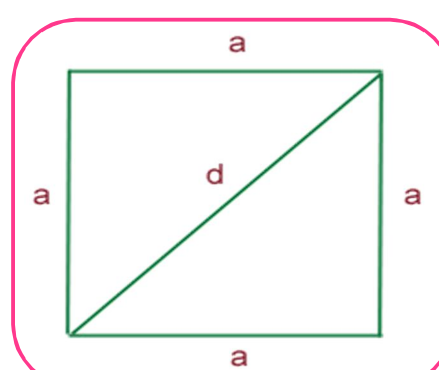


xassə - 5

TƏRİF : Bütün tərəfləri və bütün bucaqları bərabər olan paraleloqrama kvadrat deyilir .

$AB = BC = CD = AD$ və

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$ olar .



XASSƏ : Kvadratin tərəfi a , diaqonalı d olarsa , onda

$d = a\sqrt{2}$ olar . ------------------ (10)

QEYD : Kvadrat paraleloqramın , düzbucaqlının , rombub xüsusi halı olduğu üçün , həmin fiqurların bütün xassələri kvadrata da aiddir .

DƏRS - 2) TRAPESİYA VƏ ONUN XASSƏLƏRİ . TRAPESİYANIN ORTA XƏTTİ . TRAPESİYANIN NÖVLƏRİ . BƏRABƏRYANLI VƏ DÜZBUCAQLI TRAPESİYA

1) - TRAPESİYA VƏ ONUN XASSƏLƏRİ

TƏRİF : Yalniz iki tərəfi paralel olan dördbucaqlıya trapesiya deyilir .

AD || BC tərəflərinə trapesiyanın oturacaqları , AB və CD tərəflərinə isə trapesiyanın yan tərəfləri deyilir .

XASSƏ : 1) Trapesiyanın yan tərəfə bitişik bucaqlarının cəmi 180 ° - dir .

$$\angle A + \angle B = 180° \ ; \ \angle C + \angle D = 180°$$

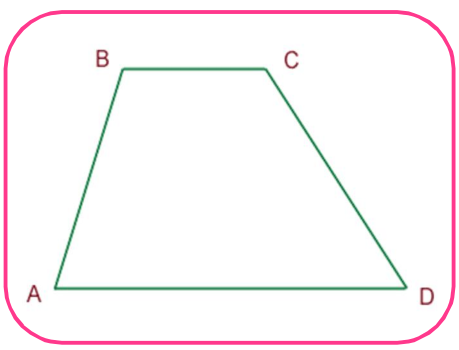
TƏRİF : Trapesiyanin oturacaqları arasındakı məsafəyə onun hündürlüyü deyilir .

Trapesiyanın bütün hündürlükləri bərabərdir .

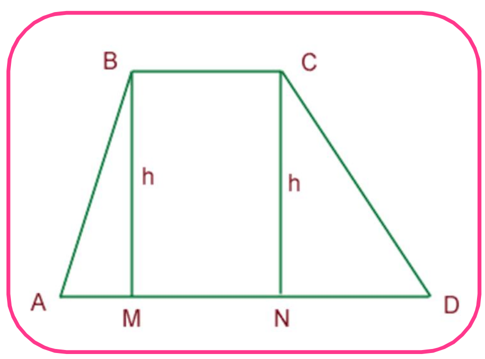
$$BM = CN = h$$

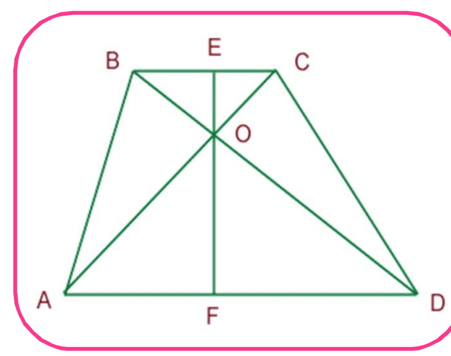
XASSƏ : 2) Əgər EF – hündürlüyü trapesiyanın diaqonallarının O kəsişmə nöqtəsindən keçirsə , onda

$$OE = \frac{BC \cdot EF}{AD + BC} \ ; \ OF = \frac{AD \cdot EF}{AD + BC}$$



XASSƏ – 1





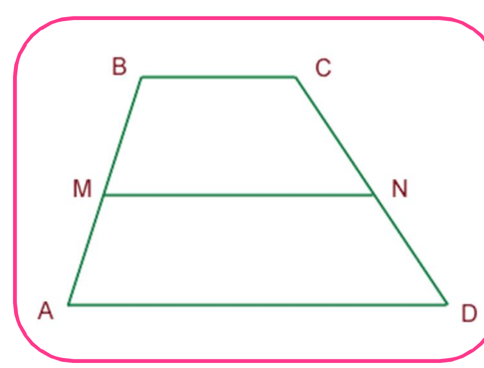
XASSƏ – 2

2) TRAPESİYANIN ORTA XƏTTİ VƏ ONUN XASSƏLƏRİ .

TƏRİF : Trapesiyanın yan tərəflərinin ortasını birləşdirən düz xətt parçasına trapesiyanın orta xətti deyilir .

XASSƏ : 1) Trapesiyanın orta xətti hər iki oturacağa paraleldir və oturacaqların uzunluqları cəminin yarısına bərabərdir .

MN || AD ; MN || BC və MN $= \dfrac{AD + BC}{2}$ -------------- (4)



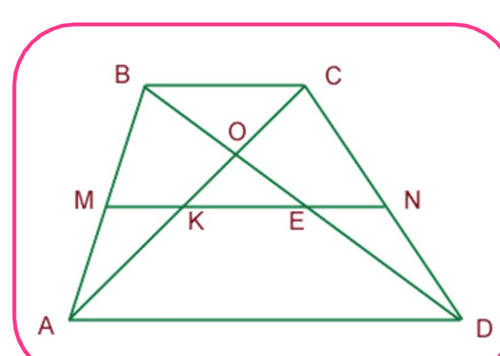
XASSƏ : 2) Trapesiyanin orta xətti onun diaqonallarını yarıya bölür .

AK = KC ; DE = EB

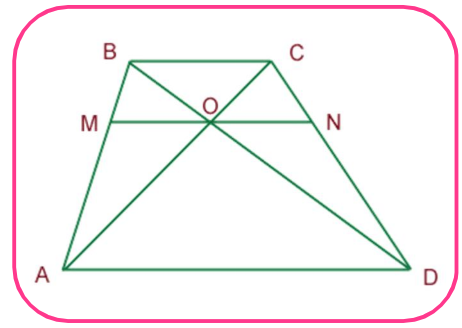
$$EN = MK = \frac{BC}{2} \ ; \ EM = KN = \frac{AD}{2} \ ; \ KE = \frac{AD - BC}{2}$$

XASSƏ : 3) Əgər O diaqonalların kəsişmə nöqtəsi isə ,

onda $\dfrac{AO}{OC} = \dfrac{BO}{OD} = \dfrac{AD}{BC}$ bərabərlikləri doğrudur .



XASSƏ : 4) Əgər MN - diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən keçirsə , və MN || AD ; MN || BC isə , onda

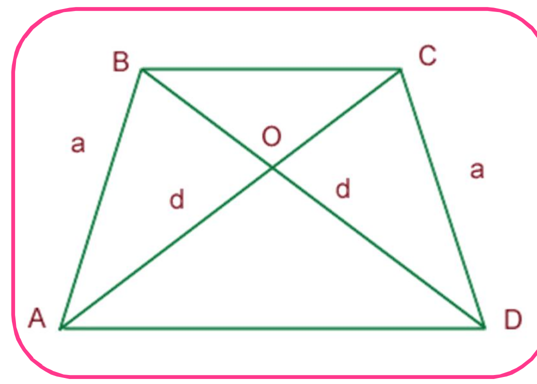


$MO = ON$ və $\frac{1}{MO} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{BC}$. Buradan

$MO = \frac{AD \cdot BC}{AD + BC}$; $MN = \frac{2 \cdot AD \cdot BC}{AD + BC}$

3) BƏRABƏRYANLI TRAPESİYA VƏ ONUN XASSƏLƏRİ .

TƏRİF : Yan tərəfləri bərabər olan trapesiyaya bərabəryanlı trapesiya deyilir .



$$AB = CD = a$$

XASSƏ : 1) Bərabəryanlı trapesiyanın oturacağına bitişık bucaqları bərabərdir .

AD || BC və $AB = CD \Rightarrow \angle A = \angle D \,;\, \angle B = \angle C$

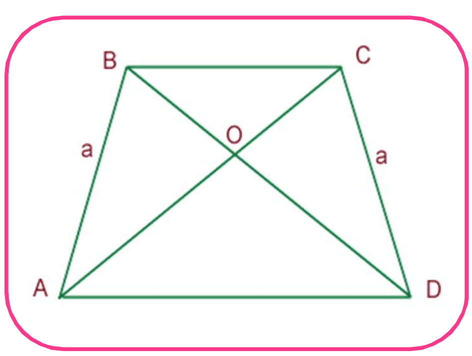
XASSƏ : 2) Bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları bərabərdir .

AD || BC və $AB = CD \Rightarrow AC = BD$

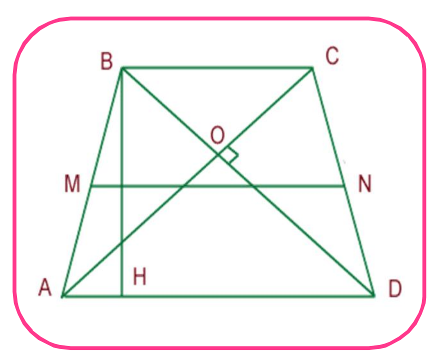
XASSƏ : 3) Bərabəryanlı trapesiyada O – diaqonalların kəsişmə nöqtəsi isə , onda

$AO = OD$ və $BO = OC$

XASSƏ : 4) Bərabəryanlı trapesiyada diaqonallar perpendikulyar isə , onda trapesiyanın hündürlüyü , onun orta xəttinə bərabərdir , yəni $AC \perp BD \Rightarrow BH = MN$



XASSƏ - 3



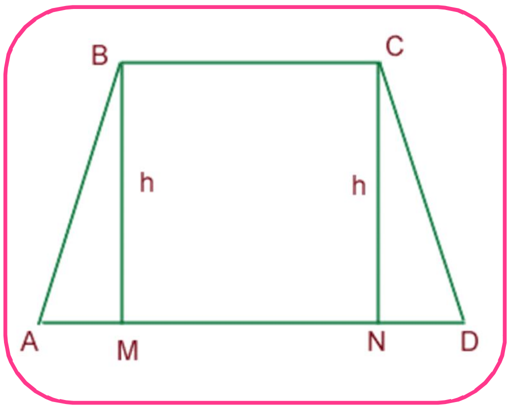
XASSƏ - 4

XASSƏ : 5) Bərabəryanlı trapesiyada BM və CN hündürlük isə , onda

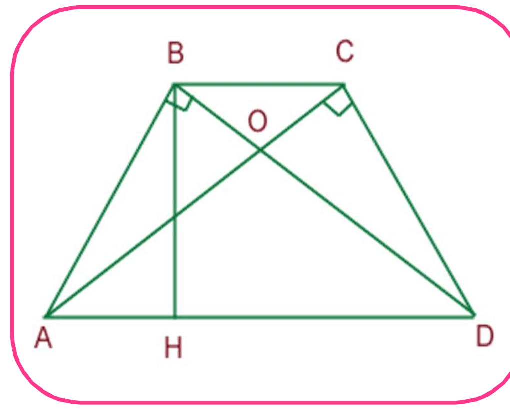
$$AM = ND = \frac{AD - BC}{2} \quad \text{və} \quad AN = MD = \frac{AD + BC}{2}$$

XASSƏ : 6) Bərabəryanlı trapesiyada diaqonallar yan tərəfə perpendikulyar isə , yəni $AB \perp BD$ və $AC \perp CD$ olarsa , onda trapesiyanın hündürlüyü

$$h = BH = \frac{\sqrt{AD^2 - BC^2}}{2}$$



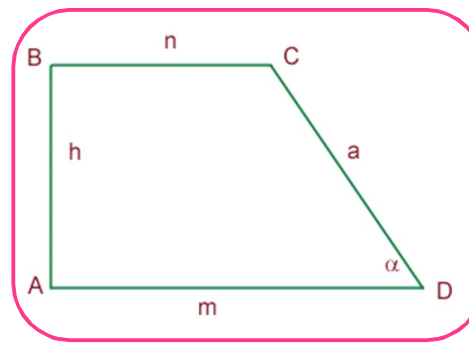
XASSƏ - 5



XASSƏ - 6

4) DÜZBUCAQLI TRAPESİYA VƏ ONUN XASSƏLƏRİ .

TƏRİF : Yan tərəflərdən biri oturacaqlara perpendikulyar olan trapesiyaya düzbucaqlı trapesiya deyilir . Bu halda AB = h olar .



XASSƏ : 1) Düzbucaqlı trapesiyada

$AB = h$, $AD = m$, $BC = n$, $CD = a$

və $\angle CDA = \alpha$ olarsa , onda

$h = a \cdot \sin\alpha$; $m - n = a \cdot \cos\alpha$; $h = (m - n)\,\mathrm{tg}\,\alpha$

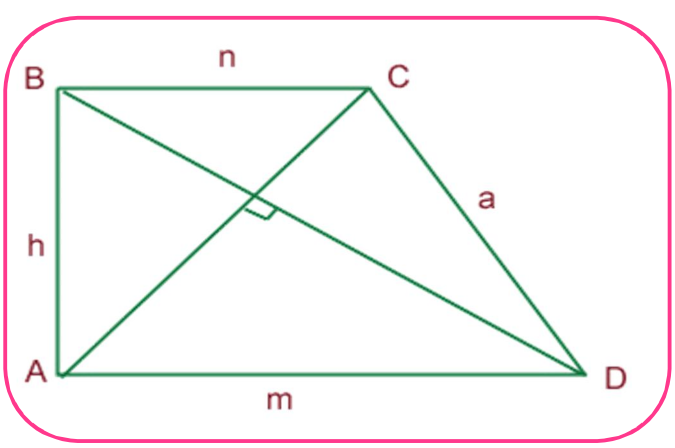
XASSƏ : 2) Düzbucaqlı trapesiyada diaqonallar perpendikulyar olarsa , onda

$AC \perp BD \Rightarrow AB^2 = AD \cdot BC$ və ya $h^2 = m \cdot n$ olar .

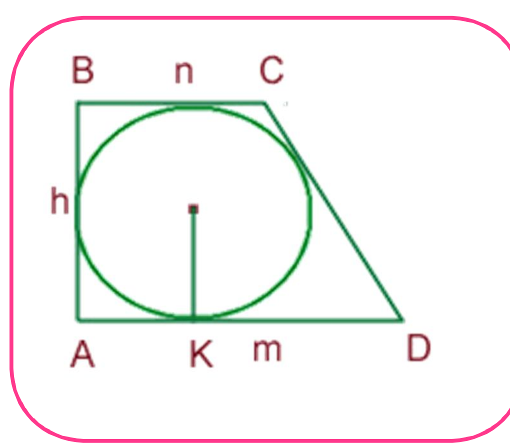
XASSƏ : 3) Düzbucaqlı trapesiyanın daxilinə çevrə çəkimək mümkün olarsa ,

$AB = h$, $AD = m$, $BC = n$ və $OK = r$ isə , onda

$$m = \frac{n \cdot r}{n - r} \;;\quad n = \frac{m \cdot r}{m - r} \;;\quad r = \frac{m \cdot n}{m - n}$$



XASSƏ - 2



XASSƏ - 3

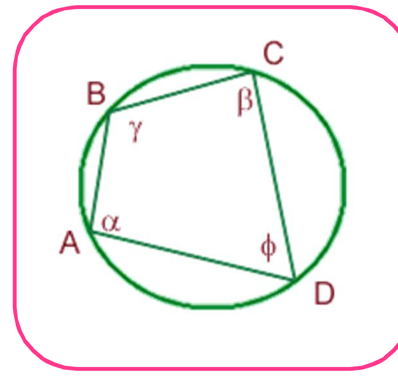
DƏRS - 3) DAXİLƏ VƏ XARİCƏ ÇƏKİLMİŞ DÖRDBUCAQLILAR

1) Çevrə daxilinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı bucaqlarının cəmi 180 ° - dir .

$$\alpha + \beta = \gamma + \varphi = 180°$$

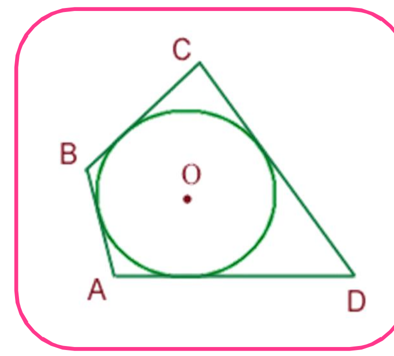
2) Çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı tərəflərinin cəmi bərabərdir .

$$AB + CD = AD + BC$$



3) Paraleloqramin nə daxilinə , nə də xaricinə çevrə çəkmək mümkün deyil .

4) Düzbucaqlının yalnız xaricinə çevrə çəkmək olar . Bu çevrənin mərkəzi diaqonalların kəsişmə nöqtəsində yerləşir .

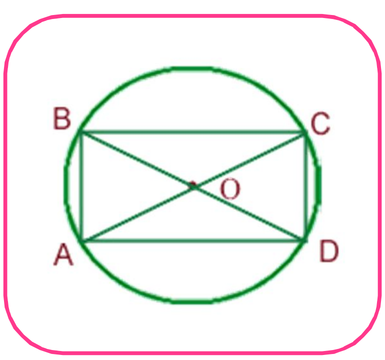


5) Rombun yalnız daxilinə çevrə çəkmək olar . Bu çevrənin mərkəzi diaqonalların kəsişmə nöqtəsində yerləşir . Bu çevrənin radiusu rombun hündürlüyünün yarısına bərabərdir .

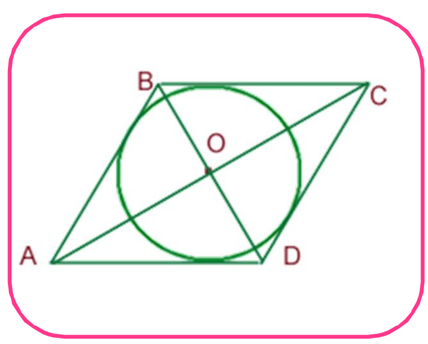
6) Kvadratın həm daxilinə , həm də xaricinə çevrə çəkmək olar
Bu çevrələrin mərkəzləri üst - üstə düşür və diaqonalların kəsişmə nöqtəsində yerləşir .

7) Trapesiyanın xaricinə çevrə çəkmək mümkün isə , bu yalnız bərabəryanlı trapesiyadır .

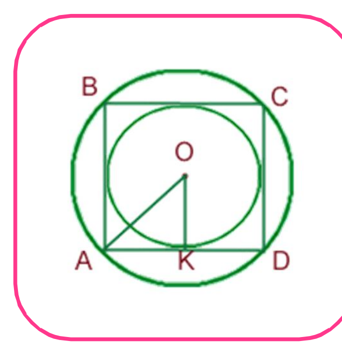
8) Bərabəryanlı trapesiyanın daxilinə çevrə çəkmək mümkün isə , bu trapesiyanın orta xətti onun yan tərəfinə bərabərdir .



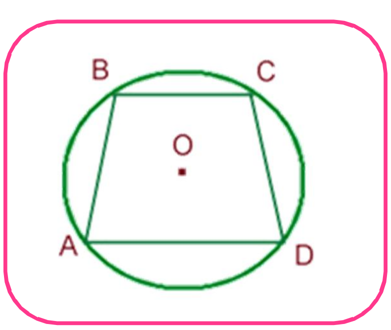
Xassə - 4



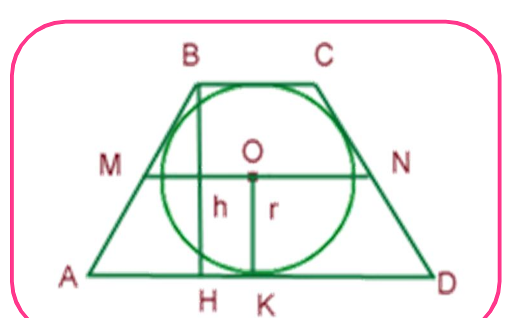
Xassə - 5



Xassə - 6



Xassə - 7



Xassə - 8