III - ÇEVRƏ . DAİRƏ

DƏRS - 1) ÇEVRƏ . ÇEVRƏNİN ƏSAS KOMPONENTLƏRİ . QÖVSÜN VƏ ÇEVRƏ UZUNLUĞUNUN HESABLANMASI . ÇEVRƏLƏRİN QARŞILIQLI VƏZİYYƏTİ .

A) CEVRƏ VƏ ONUN ƏSAS KOMPONENTLƏRİNİN TƏRİFİ .

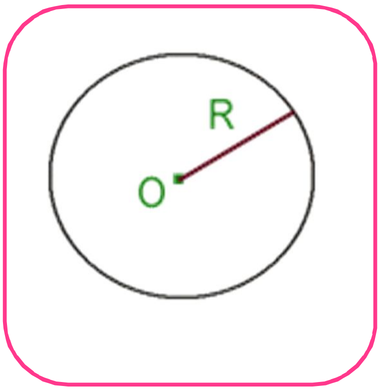
TƏRİF : Verilmiş xassəni ödəyən bütün nöqtələr çoxluğuna həmin xassəli nöqtələrin həndəsi yeri deyilir .

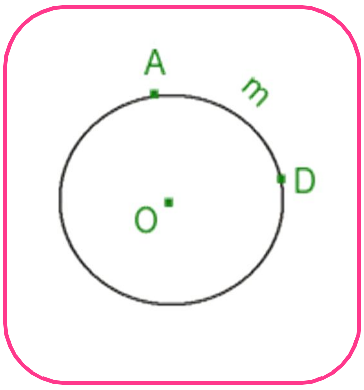
TƏRİF : Müstəvinin mərkəz adlanan nöqtəsindən bərabər məsafədə yerləçən nöqtələrin həndəsi yerinə çevrə deyilir .

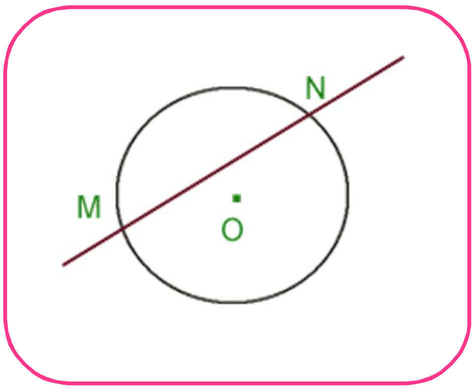
Radius - Çevrənin mərkəzinin onun istənilən nöqtəsi ilə birləşdirən düz xətt parçasına deyilir və adətən **r** və ya **R** ilə işarə olunur .

Qövs - Çervrənin hər hansı hissəsinə deyilir və məsələn $\overset{\frown}{AmD}$ kimi işasrə olunur.

Kəsən - Çevrənin iki nöqtəsindən keçən düz xəttə deyilir . Məsələn **MN** düz xətti .





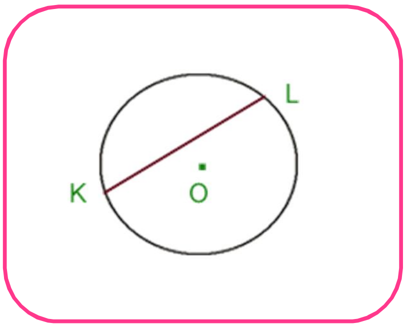


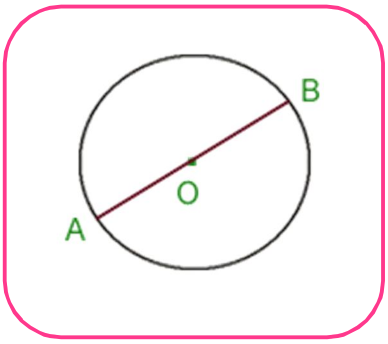
Vətər - Çevrənin istənilən iki nöqtəsini birləşdirən düz xətt parçasına deyilir .
Məsələn : **KL** parçası .

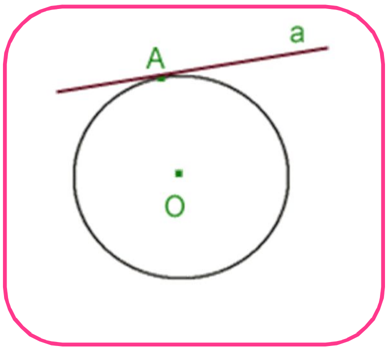
Diametr - Çevrənin mərkəzindən keçən vətərə deyilir . Məsələn **AB** - vətəri diametrdir .
Çevrənin diametri d və ya D ilə işarə edilir . Çevrənin diametri və radiusu arasında

D = 2R və ya **d = 2r** münasibəti doğrudur .

Toxunan - çevrə ilə yalnız bir A ortaq nöqtəsi olan a düz xəttinə deyilir .
Ortaq A nöqtəsi toxunma nöqtəsi adlanır .







Dairə - Çevrə ilə məhdud edilmiş müstəvi hissəsinə deyilir .

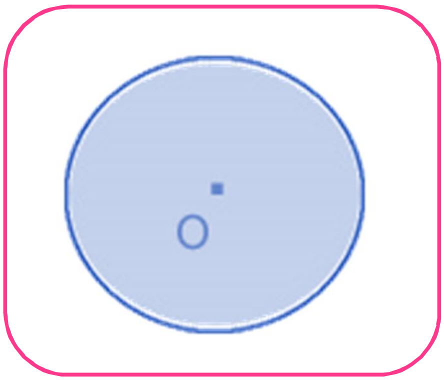
Seqment - Vətər və çevrə qövsü arasında qalan dairə hissəsinə deyilir .

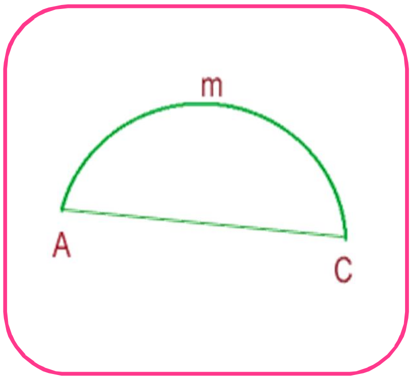
Məsələn : $\overset{\frown}{AmC}$ - qövsü və bu qövsü gərən AC vətəri ilə məhdudlanmış dairə sahəsi seqment adlanır .

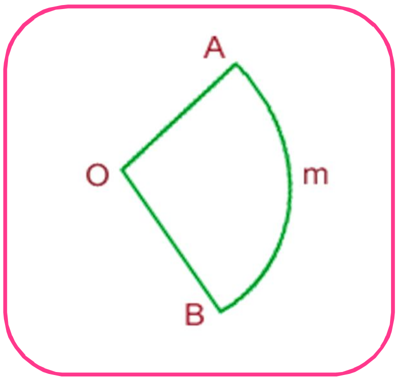
AC vətərinin D orta nöqtəsindən qaldırılmış perpendikulyarın seqment daxilində aqlan DB hissəsinə seqmentin hündürlüyü deyilir .

Sektor - Qövs və onun uc nöqtələrinə çəkilmiş iki radiusla məhdud edilmiş dairə hissəsinə deyilir . Məsələn : $O\overset{\frown}{AmB}$ - sektoru .

Sektora uyğun radiuslar arasındakı bucaq 90 ° olarsa , belə sektor kvadrant adlanır .







B) ÇEVRƏNİN VƏ ÇEVRƏ QÖVSÜNÜN UZUNLUĞU .

XASSƏ - 1 : Ixtiyari çevrənin uzunluğunun onun diametrinə olan nisbəti sabit kəmiyyət olub , π ilə işarə olunur . Onda çevrənin uzunluğu C , radiusu R , diametri D olarsa , onda

$\frac{C}{D} = \pi$ olduğundan $C = \pi \cdot D = 2\pi \cdot R$ (1)

XASSƏ - 2 : Çevrənin radiusu R olarsa , tam çevrə qövsü 360 ° olduğu üçün

1° - li çevrə qövsünün uzunluğu

$$l_1 = \frac{2\pi \cdot R}{360°} = \frac{\pi \cdot R}{180°} \cdot 1° \quad (2)$$

$\alpha°$ - li çevrə qövsünün uzunluğu isə

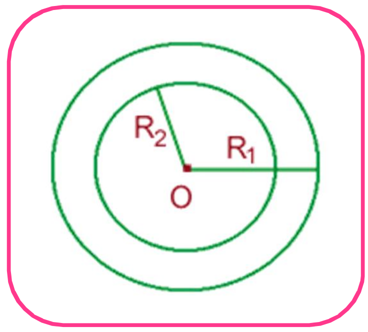
$$l_{\alpha°} = \frac{\pi \cdot R}{180°} \cdot \alpha° \quad (3)$$

düsturu ilə hesablanır . β - radiana bərabər çevrə qövsünün uzunluğu isə

$$l = \beta \cdot R \quad \text{və ya} \quad l = \beta \cdot \frac{D}{2} \qquad (4)$$

C) İKI ÇEVRƏNIN QARŞILIQLI VƏZIYYƏTI .

Radiusları R_1 və R_2 ($R_1 < R_2$) olan iki çevrənin mərkəzləri O_1 və O_2 olmaqla bu çevrələr arasındakı məsafəni d ilə işarə edək .



A) . Çevrələrin mərkəzləri üst – üstə düşür .

Belə çevrələrə konsentrik çevrələr deyilir . Bu halda

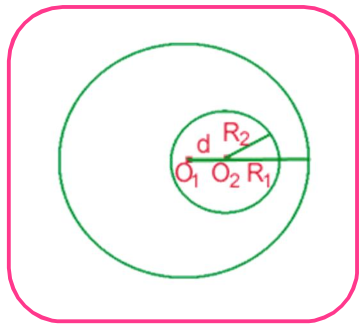
$$d = 0$$

Tərif *: Müstəvinin , radiusları R_1 və R_2 olan iki konsentrik çevrə arasında qalan hissəsinə **halqa deyilir .** $R_1 - R_2$ məsafəsi halqanın qalınlığı adlanır .*

B) Biri digərinin daxilində yerləşən çevrələrin mərkəzləri üst – üstə düşmür və onlar toxunmurlar .

Bu halda onların ortaq toxunanı yoxdur və

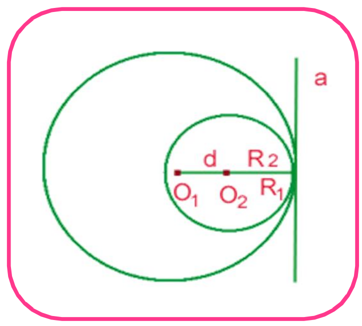
$$d < R_1 - R_2 .$$



C) Biri digərinin daxilində yerləşən çevrələrin mərkəzləri üst – üstə düşmür və daxili toxunma nöqtəsi var .

Bu halda bu çevrələrin bir ortaq toxunanı var , toxunma nöqtəsi və çevrələrin mərkəzləri bir düz xətt üzərindədir :

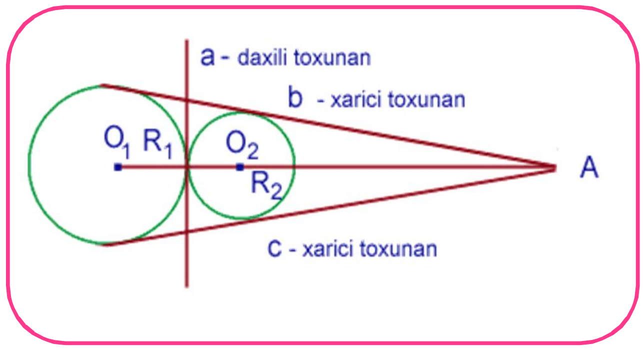
$$d = R_1 - R_2 .$$



Ç) Biri digərinin xaricində yerləşən çevrələrin xarici toxunma nöqtəsi var.

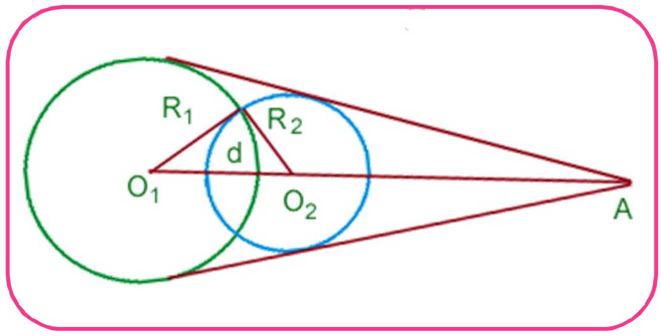
Bu halda çevrələrin bir daxili , iki xarici ortaq toxunanı var . Toxunma nöqtəsi , çevrələrin mərkəzləri bir düz xətt üzərində yerləşir və

$$d = R_1 + R_2 .$$



D) Bu çevrələr kəsişirlər . *Bu halda onların iki ortaq kəsişmə nöqtəsi , iki ortaq xarici toxunanı var və*

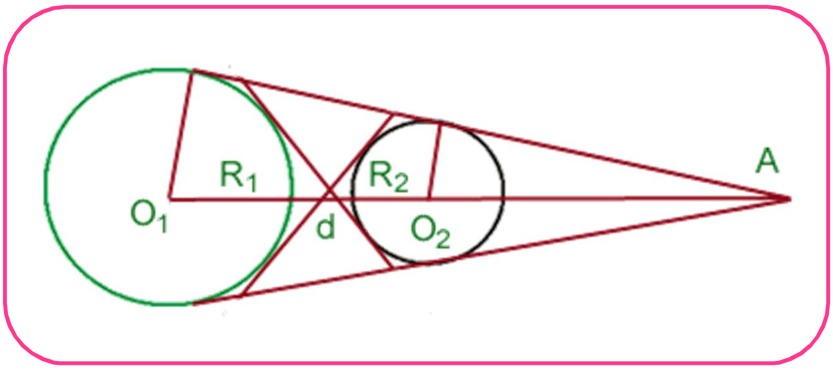
$$R_1 - R_2 < d < R_1 + R_2 .$$



E) Çevrələr bir birinin xaricindədir və toxunmurlar .

Bu halda onların iki daxili , iki xarici ortaq toxunanları var və

$d > R_1 + R_2$.



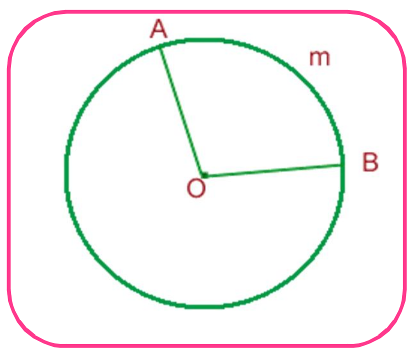
DƏRS - 2) ÇEVRƏ İLƏ BAĞLI BUCAQLAR . MƏRKƏZİ BUCAQ . DAXİLƏ ÇƏKİLMİŞ BUCAQ . ÇEVRƏNİN KOMPONENTLƏRİ ARASINDAKI BUCAĞIN HESABLANMASI .

A) MƏRKƏZI BUCAQ .

TƏRİF : Təpəsi çevrənin mərkəzində olub , onun iki radiusu arasında qalan bucağa mərkəzi bucaq deyilir .

XASSƏ : Mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsü ona uyğun olan qövsün dərəcə ölçüsünə bərabərdir , yəni

$\angle AOB = (\overset{\frown}{AmB})$ **(5)**

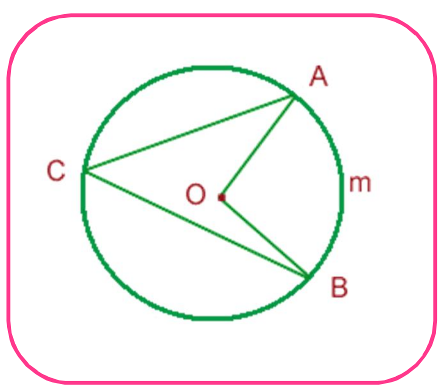


B) ÇEVRƏ DAXILINƏ ÇƏKILMIŞ BUCAQ .

TƏRİF : Təpəsi nöqtəsi çevrə üzərində olub , tərəfləri bu çevrəni kəsən bucağa daxilə çəkilmiş bucaq deyilir .

XASSƏ - 1 : Daxilə çəkilmiş bucağın dərəcə ölçüsü ,ona uyğun olan qövsün və mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünün yarısına bərabərdir , yəni

$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2} = \frac{\overset{\frown}{AmB}}{2} \qquad (6)$$

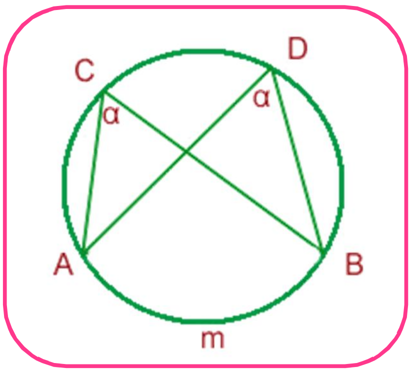


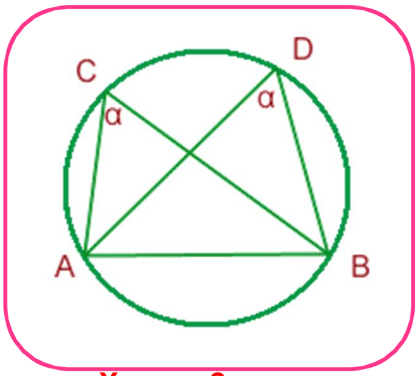
XASSƏ – 2 : Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar bərabərdir .

XASSƏ – 3 : Eyni vətərə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar

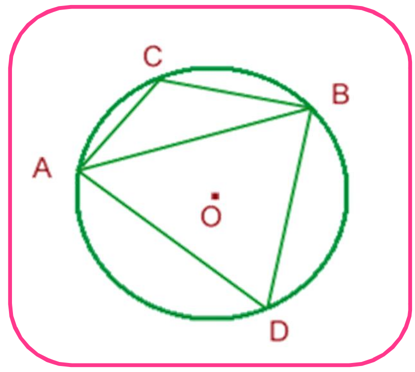
a) ya bərabərdir ; b) ya da onların cəmi 180 ° - dir .

$\angle ACB + \angle ADB = 180°$ (7)





Xassə - 2



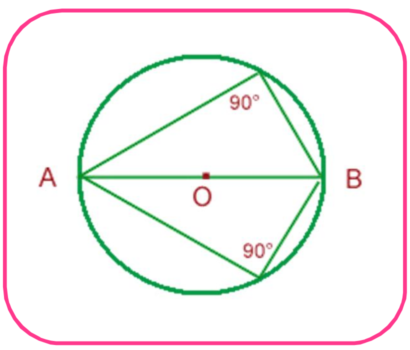
Xassə - 3 (a)

Xassə - 3 (b)

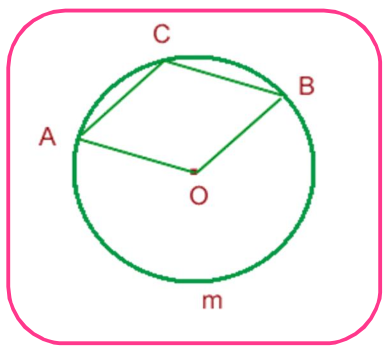
NƏTİCƏ - 1 : Diametrə söykənən bütün daxilə çəkilmiş bucaqlar bərabərdir və hər biri 90 ° - dir .

NƏTİCƏ - 2 : α mərkəzi bucaği ilə β daxilə çəkilmiş bucağı bir – birini çevrəyə tamamlayan qövslərə söykənirsə , onda

$$\beta + \frac{\alpha}{2} = 180° \quad \text{və ya} \quad \angle ACB + \frac{\angle AOB}{2} = 180° \qquad (8)$$



Nəticə - 1

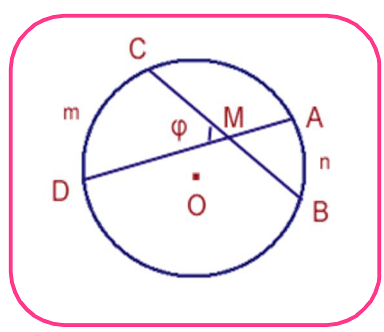


Nəticə - 2

C) TƏPƏSI ÇEVRƏ DAXILINDƏ OLAN BUCAQ .

XASSƏ : Təpəsi çevrə daxilində olan bucağın dərəcə ölçüsü , bu bucağa və onunla qarşılıqlı olan bucağa uyğun qövslərin dərəcə ölçülərinin cəminin yarısına bərabərdir

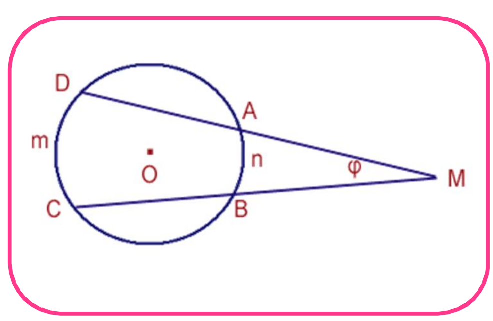
$$\varphi = \frac{\overset{\frown}{DmC} + \overset{\frown}{AnB}}{2} \qquad (9)$$



D) İKI KƏSƏN ARASINDAKI BUCAQ .

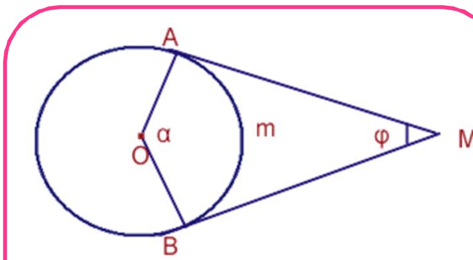
XASSƏ : Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən çevrəyə çəkilən iki kəsən arasındakı bucaq kəsənlər arasında qalan qövslərin fərqinin yarısı ilə ölçülür :

$$\varphi = \frac{\overset{\frown}{DmC} - \overset{\frown}{AnB}}{2} \qquad (10)$$



E) İKI TOXUNAN ARASINDAKI BUCAQ .

XASSƏ : Çevrəyə çəkilmiş iki toxunan arasındakı bucağın dərəcə ölçüsü 180 ° ilə toxunanlar arasında qalan qövsün və ya bu qövsə uyğun mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünün fərqinə bərabərdir .

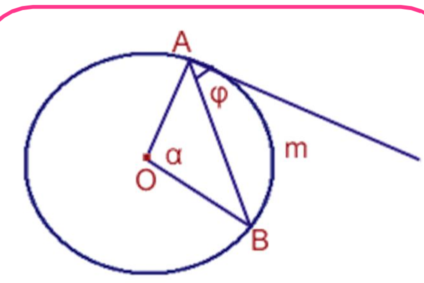


$\varphi + \overset{\frown}{AmB} = 180°$ və ya

$\varphi + \alpha = 180°$ (11)

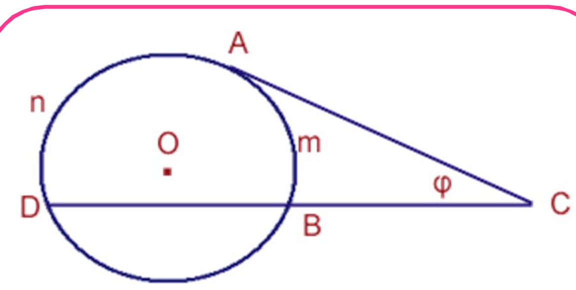
NƏTİCƏ : Toxunanla toxunma nöqtəsindən keçən vətərin arasında qalan bucaq , bu vətərə uyğun mərkəzi bucağın yarısına bərabərdir .

$\varphi = \frac{\overset{\frown}{AmB}}{2}$ və ya $\varphi = \frac{\alpha}{2}$ (12)



F) - TOXUNANLA KƏSƏN ARASINDA QALAN BUCAQ

XASSƏ : Toxunanla kəsən arasinda qalan bucaq , onlar arasında qalan qövslərin fərqinin yarısı ilə ölçülür :



$\varphi = \frac{\overset{\frown}{AnD} - \overset{\frown}{AmB}}{2}$ (13)

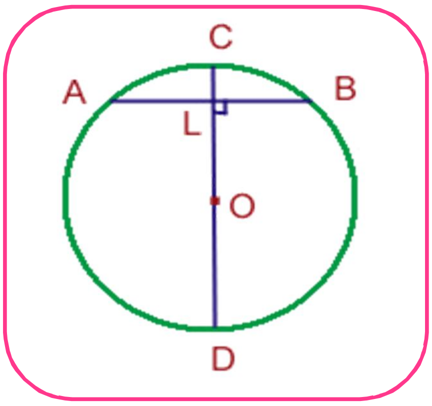
DƏRS - 3) ÇEVRƏ KOMPONENTLƏRİ ARASINDA METRİK MÜNASİBƏTLƏR . DAXİLƏ VƏ XARİCƏ ÇƏKİLMİŞ ÜÇBUCAQLAR .

1) VƏTƏRIN XASSƏLƏRI .

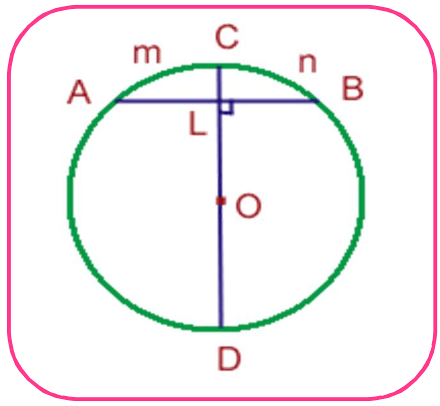
Xassə - 1 : Vətərin orta nöqtəsindən keçən diametr bu vətərə perpendikulyardır , yəni CD diametr , AB vətər və AL = LB isə , onda CD ⊥ AB

Xassə - 2 : Vətərə perpendikulyar olan diametr bu vətəri və onun gərdiyi qövsü yarı bölür , yəni CD diametr , AB vətər və CD ⊥ AB isə . onda

AL = LB ; $\overset{\frown}{AmC} = \overset{\frown}{CnB}$



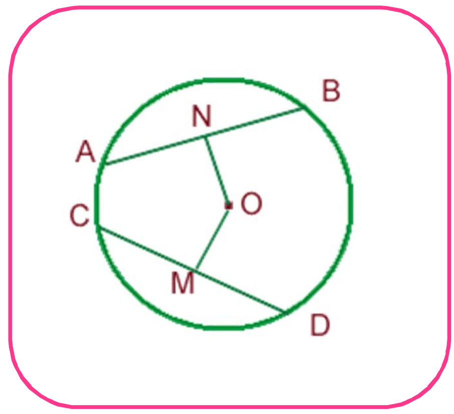
Xassə - 1



Xassə - 2

Xassə - 3 : Uzunluqları eyni olan vətərlərin mərkəzdən olan məsafələri bərabərdir , yəni

AB və CD vətər ; AB = CD isə , onda ON = OM

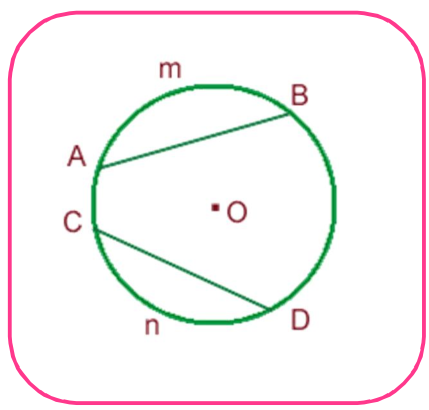


Xassə - 4 : Mərkəzdən eyni uzaqlıqda yerləşən vətərlər bərabərdir , yəni

AB və CD vətər ; ON = OM isə , onda AB = CD

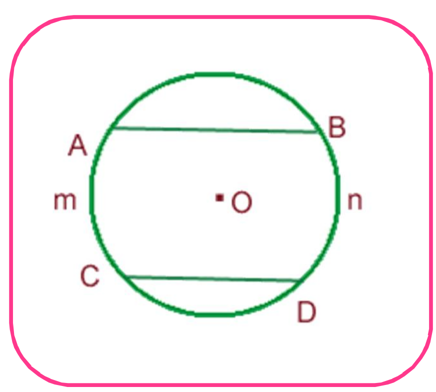
Xassə - 5 : Bərabər vətərlərin gərdiyi qövslər bir – birinə bərabərdir , və ya tərsinə bərabər vətərlərə söykənən qövslər bərabərdir ,

yəni AB = CD <=> $\overset{\frown}{AmB} = \overset{\frown}{CnD}$



Xassə - 6 : Iki paralel vətər arasında qalan qövslər bərabərdir , yəni

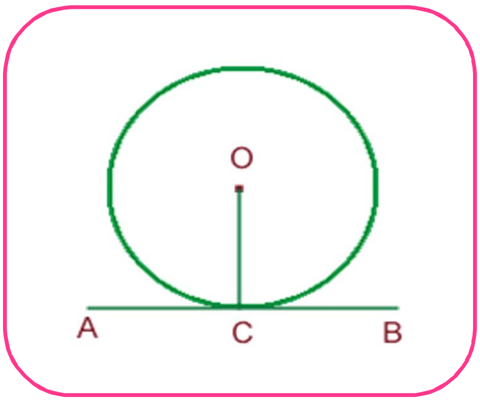
AB || CD <=> $\overset{\frown}{AmC} = \overset{\frown}{BnD}$



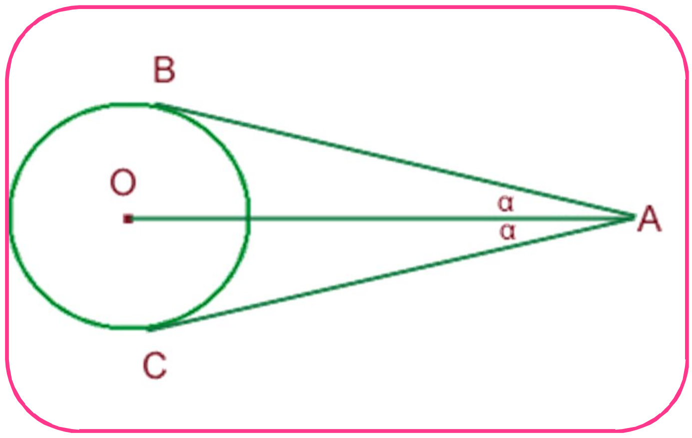
2) TOXUNANIN XASSƏLƏRI .

Xassə - 1 : Çevrəyə C nöqtəsində toxunan AB toxunanı , toxunma nöqtəsinə çəkilmiş radiusa perpendikulrardır . OC $\perp$ AB

Xassə - 2 : Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən həmin çevrəyə yalnız iki toxunan çəkmək olar . Bu toxunanların həmin nöqtədən toxunma nöqtəsinə qədər olan parçaları bərabərdir və çevrənin mərkəzi toxunanların əmələ gətirdiyi bucağın tənböləni üzərindədir ,
yəni $AB = AC$ və $\angle BAO = \angle CAO$



Xassə - 1

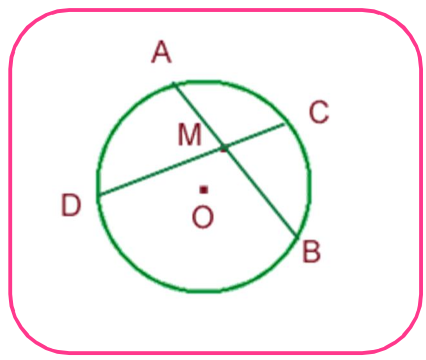


Xassə - 2

3) ÇEVRƏDƏ METRİK MÜNASİBƏTLƏR .

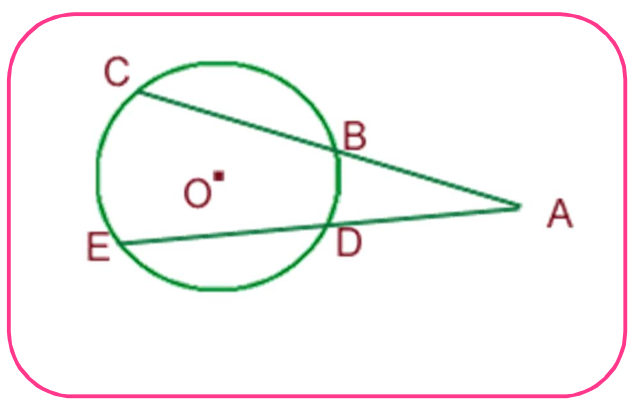
XASSƏ – 1) Çevrənin kəsişən iki AB və CD vətərinin bölündükləri parçaların uzunluqları hasilləri bərabərdir .

$$AM \cdot MB = CM \cdot MD \qquad (10)$$



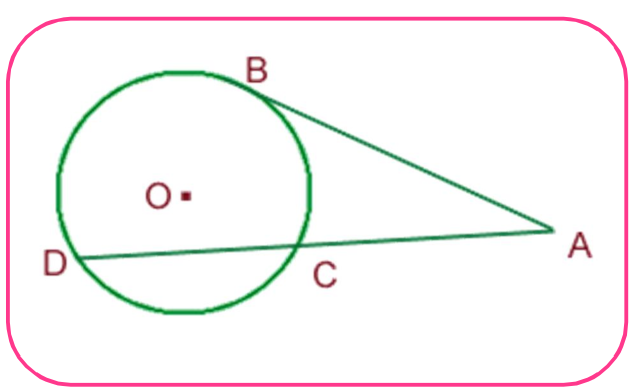
XASSƏ – 2) Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən AC və AE kəsənləri çəkilərsə , onda kəsənlərin öz xarici hissələri ilə hasilləri bərabərdir .

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD \qquad (11)$$



XASSƏ – 3) Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən AB toxunanı və AD kəsəni çəkilərsə , kəsənin öz xarici hissəsi ilə uzunluqları hasili toxunanın uzunluğunun kvadratına bərabərdir :

$$AD \cdot AC = AB^2 \qquad (12)$$

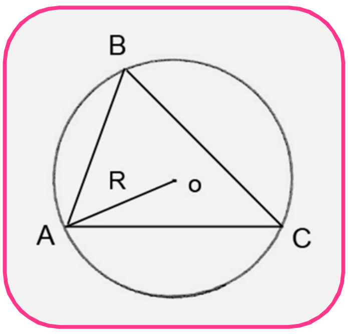


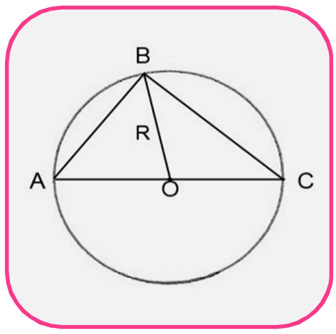
4) DAXİLƏ VƏ XARİCƏ ÇƏKİLMİŞ ÜÇBUCAQLAR

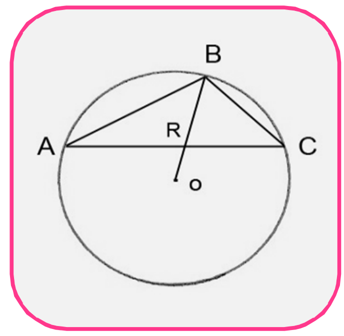
TƏRİF : ***Təpə nöqtələri çevrə xətti üzərində olan üçbucağı cevrə daxilinə çəkilmiş üçbucaq deyilir . Bu halda çevrəyə üçbucaq xaricinə çəkilmiş çevrə deyilir .***

XASSƏ : ***İstənilən üçbucağın xaricinə çevrə çəkmək mümkündür . Bu çevrənin mərkəzi üçbucağın tərəflərinin orta perpendikulyarlarının kəsişmə nöqtəsidir .***

QEYD : ***Üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi itibucaqlı üçbucağın daxilində , düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunun ortasında , korbucaqlı üçbucağın isə xaricindədir .***





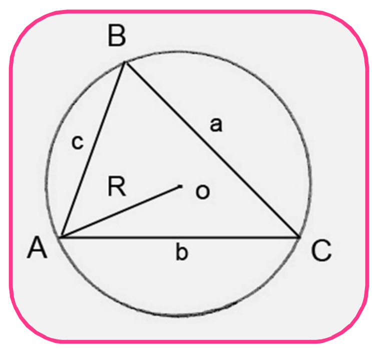


XASSƏ : ***Tərəflərinin uzunluqları a , b , c olan üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu R , yarımperimetri***

p = $\frac{a+b+c}{2}$ ***olarsa , onda***

R = $\frac{a \cdot b \cdot c}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$

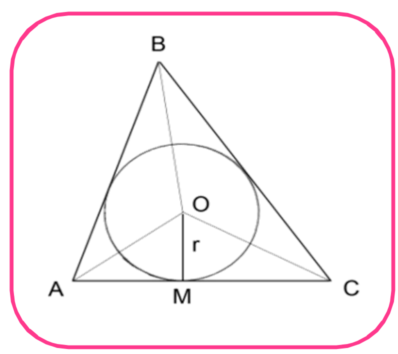
və ya R = $\frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$ ***--------------- (3)***



TƏRİF : ***Əgər üçbucağın bütün tərəfləri çevrəyə toxunarsa , ona xaricə çəkilmiş üçbucaq , çevrəyə isə daxilə çəkilmiş çevrə deyilir .***

XASSƏ : ***İstənilən üçbucağın daxilinə çevrə çəkmək mümkündür***

Bu çevrənin mərkəzi üçbucağın tənbölənlərinin kəsişmə nöqtəsidir .



XASSƏ : ***Tərəflərinin uzunluqları a , b . c olan üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin r radiusu***

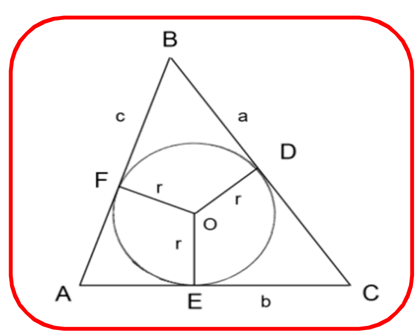
r = $\frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}$ ***və ya***

= $\frac{2S}{a+b+c}$ ***-------------- (5)***

düsturları ilə hesablanır .

OE = OF = OD = r ; AE = AF = p – a

BF = BD = p - b ; CE = CD = p – c



Tərəfləri a , b və c olan üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiusları hasili

$$R * r = \frac{a * b * c}{2(a + b + c)}$$

düsturu ilə   hesablanır .